



دانشگاه تبریز

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی محض

پیشنهاد موضوع تحقیقاتی برای پایان‌نامه کارشناسی ارشد

ریاضی محض، گرایش آنالیز

عنوان

دامنه‌توانی احتمالی برای فضاهاى فشرده پایدار

استاد راهنما

دکتر.....

استاد مشاور

دکتر.....

پژوهشگر

وحید دامن افشان

شهریور ۱۳۸۸

فهرست مطالب

۲	فهرست مطالب
۳	۱ چکیده
۳	۲ بیان مسأله
۴	۳ بررسی منابع
۴	۴ نتایج مورد انتظار
۵	۵ میزان موفقیت
۵	۶ جدول زمان بندی مراحل انجام تحقیق
۵	۷ واژه نامه
۶	مراجع

۱ چکیده

این پایان‌نامه که بر مبنای مرجع [۳] تنظیم می‌شود، به بحث در مورد تناظر یک به یک بین فضاهای فشرده پایدار و فضاهای هاسدورف مرتب فشرده می‌پردازد. این تناظر به کلاس‌های معینی از توابع حقیقی مقدار روی این فضاها توسیع می‌یابد. این کار پایه‌ای برای روش‌های انتقال و نتایجی از آنالیز تابعی به محیط‌های غیر هاسدورف است.

به عنوان کاربردی از این حالت، قضیه نمایش ریس، برای اثبات سراسر است این واقعیت (مشهور) که هر ارزیابی روی یک فضای فشرده پایدار، بطور یکتا به یک اندازه رادون^۱ روی جبر بورل فضای هاسدورف فشرده متناظر توسیع می‌یابد، استفاده می‌شود.

نظریه ارزیابی‌ها و اندازه‌ها، به عنوان تابعی‌های خطی معین روی فضاهای تابع، در نظر گرفتن یک توپولوژی ضعیف برای فضای همه ارزیابی‌ها را پیشنهاد می‌کند. اگر این موارد به حالت‌های احتمالی یا زیراحتمالی محدود شود، آنگاه فضای فشرده پایدار دیگری بدست می‌آید. به فضای مرتب فشرده متناظر، می‌توان به عنوان مجموعه اندازه‌های (احتمالی یا زیراحتمالی) همراه با توپولوژی ضعیف طبیعی آنها نگاه کرد.

۲ بیان مسأله

در این پایان‌نامه، دامنه‌های معنایی را به عنوان فضاهای توپولوژیکی در نظر می‌گیریم و کار را با یک توپولوژی طبیعی روی مجموعه ارزیابی‌ها به جلو می‌بریم که در آن احتمال‌های زیادی، برای مثال، توپولوژی اسکات ناشی شده از $dcpo$ -ترتیب، وجود دارد. پس از آن، توجه خود را از ارایه ارزیابی‌ها به عنوان تابعی‌های معین روی توابع حقیقی مقدار، برگردانده و یک توپولوژی ضعیف را از دیدگاه آنالیز تابعی، انتخاب می‌کنیم. این کار قطعاً با کارهای قبلی، سازگاری دارد چون همان‌طور که می‌دانیم وقتی که با دامنه‌های پیوسته کار می‌کنیم، توپولوژی ضعیف، همان توپولوژی اسکات^۲ است.

نکته‌ای که در اینجا باید به آن توجه شود این است که توپولوژی ضعیف را در حالتی در نظر بگیریم که ترتیب-نسبت برای به اندازه کافی محدود کردن توپولوژی اسکات، بسیار پراکنده باشد. علاوه بر این، زمینه نتایج ما، فضاهای فشرده پایدار است. این فضاها، بیشترین دامنه‌های معنایی

^۱Radon

^۲Scott

مانند FS یا SFP را رده‌بندی می‌کنند و بیشترین ارتباط آنها با بحث حاضر این است که در یک تناظر یک به یک با یک منطق برنامه‌ای ساده می‌باشند.

۳ بررسی منابع

در معنی‌شناسی نمادین، برنامه‌ها و قطعه‌برنامه‌ها، به عنصرهایی از ساختارهای ریاضی مانند دامنه‌ها از دیدگاه اسکات، نگاشته می‌شود. اگر سیستم مدل‌بندی شده توانایی ایجاد انتخاب‌های تصادفی (یا انتخاب‌های شبه‌تصادفی) را داشته باشد، آنگاه منطقی است که رفتار خود را به وسیله اندازه‌ای که احتمال را برای سیستم ثبت می‌کند، مدل‌بندی کند تا زیرمجموعه اندازه‌پذیری از مجموعه همه حالت‌های ممکن بشود. این ایده‌ها برای اولین بار توسط صاحب‌چهرمی^۳ [۵] و کازن^۴ [۴] مطرح شد. هنگامی که کازن با فضاهای اندازه مطلق کار می‌کرد، اندازه‌های (احتمال) در نظر گرفته شده قبلی، به وسیله مجموعه‌های اسکات-باز یک dcpo، گسترش پیدا کرد.

از دیدگاه محاسباتی، منطقی است که فقط، زیرمجموعه‌های قابل مشاهده فضای حالت را اندازه بگیریم. این کار در عوض، می‌تواند با زیرمجموعه‌های باز یک توپولوژی طبیعی، مثلاً توپولوژی اسکات روی دامنه‌ها، شناسایی و توضیح داده شود. این ارتباط بین محاسبه‌پذیری و توپولوژی، بطور بسیار روشن، توسط اسمیت^۵ [۶، ۷] شرح داده شده و بعدها توسط آبرامسکی^۶ [۱]، ویکرز^۷ [۸] و دیگران، بیشتر بسط داده شد.

همچنین تعاریف، مفاهیم و قضایای اولیه را می‌توان در [۲] یافت و همان‌طور که قبلاً هم ذکر شد، مبنای کار ما، مرجع [۳] خواهد بود.

۴ نتایج مورد انتظار

در این پایان‌نامه، اثبات دیگری از این واقعیت مهم که همواره ارزیابی‌های پیوسته، به طور یکتا به اندازه‌هایی روی کلاس‌های بزرگی از فضاها، توسیع می‌یابند، در رابطه با فضاهای فشرده پایدار، ارایه می‌شود و یک دامنه معنایی از مجموعه ارزیابی‌ها روی یک دامنه ساخته می‌شود و در نهایت انتظار می‌رود که به راحتی بتوانیم فضاهای فشرده پایدار را با فضاهای مرتب فشرده، جابجا کنیم.

^۳ Saheb-Djehromi

^۴ Kozen

^۵ Smyth

^۶ Abramsky

^۷ Vickers

۵ میزان موفقیت

پایان نامه حاضر، نکات جالبی نسبت به کارهای قبلی خود دارد که در این زمینه می‌توان به ساختار ساده و خلاصه آن، اشاره کرد. در واقع، در این پایان نامه، ارزیابی‌ها و اندازه‌ها به خاطر تأثیر آنها بر روی توابع (پیوسته) با استفاده از انتگرال گیری، مورد مطالعه قرار گرفته و توسیع‌های واقعی با استناد به قضیه نمایش ریس، به دست می‌آید. همچنین با توجه به مطالب موجود در سمینار کارشناسی ارشد، مطالب و منابع موجود در اینترنت، به احتمال زیاد، پایان نامه موفقی خواهد بود.

۶ جدول زمان بندی مراحل انجام تحقیق

۱. گردآوری و بررسی منابع : ۲ ماه
۲. تحقیق روی موضوع : ۳ ماه
۳. تدوین پایان نامه و ارائه : ۲ ماه

۷ واژه نامه

Dcpo	مجموعه جزئاً مرتب کامل جهت دار
Function Space	فضای تابع
Measure	اندازه
Ordered	مرتب
Powerdomain	دامنه توانی
Probabilistic	احتمالی
Program Fragment	قطعه برنامه
Semantic Domain	دامنه معنایی
Stably	پایدار
Valuation	ارزیابی
Weak Topology	توپولوژی ضعیف

مراجع

- [1] S. Abramsky, *Domain theory in logical form*, Ann. Pure Applied Logic 51 (1991) 1–77. [4](#)
- [2] S. Abramsky, A. Jung, *Domain theory*, in: S. Abramsky, D.M. Gabbay, T.S.E. Maibaum (Eds.), *Handbook of Logic in Computer Science*, Vol. 3, Clarendon Press, Oxford, 1994, pp. 1–68. [4](#)
- [3] M. Alvarez-Manilla, A. Jung, K. Keimel, *The probabilistic powerdomain for stably compact spaces*, Theoretical Computer Science, 328 (2004) 221–244. [3](#), [4](#)
- [4] D. Kozen, *Semantics of probabilistic programs*, J. Comput. System Sci. 22 (1981) 328–350. [4](#)
- [5] N. Saheb-Djahromi, *CPO's of measures for nondeterminism*, Theoret. Comput. Sci. 12 (1980) 19–37. [4](#)
- [6] M.B. Smyth, *Powerdomains and predicate transformers: a topological view*, in: J. Diaz (Ed.), *Automata, Languages and Programming*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 154, Springer, Berlin, 1983, pp. 662–675. [4](#)
- [7] M.B. Smyth, *Topology*, S. Abramsky, D.M. Gabbay, T.S.E. Maibaum (Eds.), *Handbook of Logic in Computer Science*, Vol. 1, Clarendon Press, Oxford, 1992, pp. 641–761. [4](#)
- [8] S.J. Vickers, *Topology Via Logic*, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, Vol. 5, Cambridge University Press, Cambridge, 1989. [4](#)